7.6. Mesure de puissance active - Wattmètre

7.6.1. Généralités

7.6.1.1. Principe du wattmètre

La puissance active se mesure au moyen d'un wattmètre. C'est un instrument comportant deux bobines dont nous avons déjà expliqué le fonctionnement au cours de la présentation des appareils de mesure électrodynamiques :

- La bobine **1** est fixe et connectée en série avec le circuit principal. Elle est traversée par le courant **i** qui crée un champ d'induction **B** proportionnel au courant.
- La bobine **2** est mobile et connectée en parallèle sur la tension **u**. Elle est donc traversée par un courant $\mathbf{i_u}$ proportionnel à la tension.

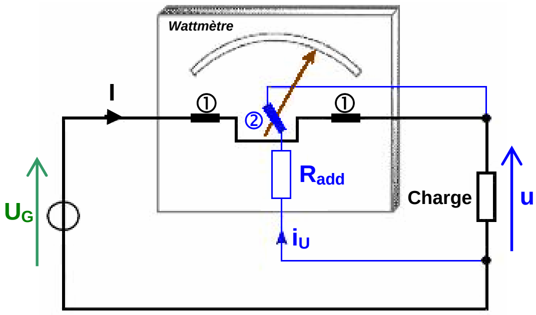

Fig. 7.6-1

L'interaction de l'induction B créée par la bobine fixe et du courant traversant la bobine mobile produit un couple M.

Soit : $u = U \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega t$ la tension instantanée du circuit à mesurer et

$i = I \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ le courant instantané de ce circuit

On peut démontrer que le couple moyen est : $M = k' \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$

Ce couple est donc proportionnel à la **puissance active P** : ' $M = k' \cdot P$

7.6.1.2. Raccordement d'un wattmètre

Comme une partie du courant est dérivée dans le circuit « fil fin » ou circuit tension, il y a deux montages possibles : Montage courte dérivation Montage longue dérivation

- Le montage en courte dérivation qui génère une légère erreur sur le courant,
- Le montage en longue dérivation qui génère une légère erreur sur la tension.

Montage courte dérivation **Montage longue dérivation**

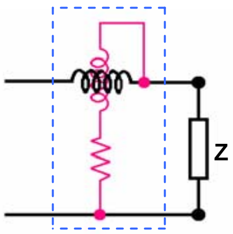

Fig. 7.6-2a

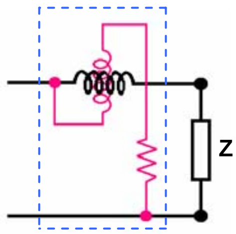

Fig. 7.6.2b

Lorsqu'il est fait usage de transformateurs de mesure (tensions et courants élevés), le montage est le suivant :

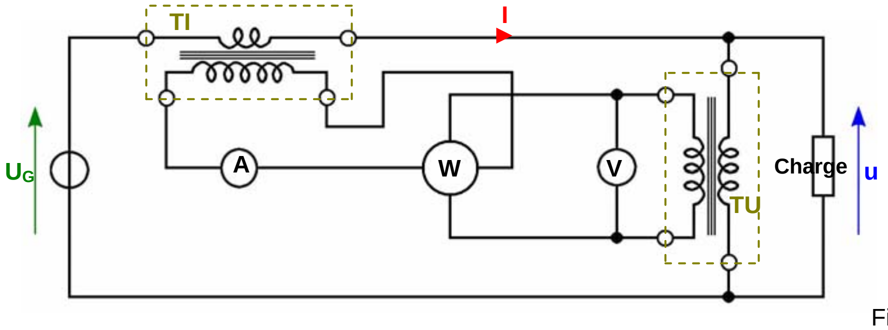

Fig. 7.6-3

Remarque :

Si l'aiguille dévie dans le mauvais sens, il faut inverser le couple en croisant les connexions de courant (ou celles de tension).

7.6.1.3. Constante du wattmètre (c_W)

La constante du wattmètre c_W (W/div) est la valeur par laquelle il faut multiplier le nombre de divisions (déviations) pour obtenir la puissance active W.

$$c_W = \frac{(CalibreU)\cdot(CalibreI)}{Nombre \cdot total \cdot de \cdot division}$$

Si α est le nombre de divisions lu, alors la puissance active mesurée sera :

$$P = c_W \cdot \alpha$$

Dans le cas d'une extension de mesures au moyen de transformateurs de tension (TP) et de courant (TI), il faut introduire la constante c_U du TP et c_I du TI :

$$C'_W = c_I \cdot c_U \cdot c_W$$

7.6.2. Mesure de la puissance active d'un système triphasé

La puissance totale triphasée est la somme algébrique des puissances consommées (ou fournies) par chacune des phases :

$$P_{tot} = \pm P_R \pm P_S \pm P_T$$

7.6.2.1. Mesure au moyen d'un seul wattmètre

Cette méthode n'est valable que lorsque le système est **parfaitement symétrique**.

Deux cas peuvent se présenter :

1. soit le neutre est accessible : le montage est représenté sur la figure 7.6-4a) ;
2. soit le neutre n'est pas accessible : on crée alors un neutre artificiel au moyen de 3 résistances comme le montre la figure 7.6-4b) en prenant soin que $R'_1 = R_2 = R_W$.

Mesure avec un seul wattmètre et le neutre distribué

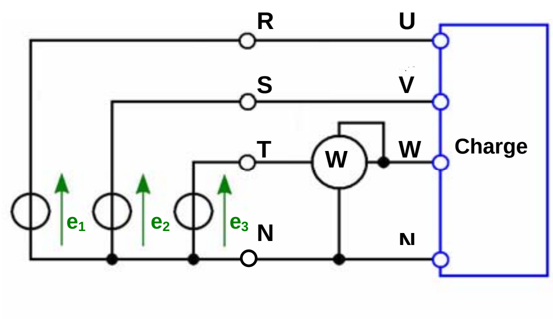

Fig. 7.6-4a

Mesure avec un seul wattmètre et le neutre non distribué

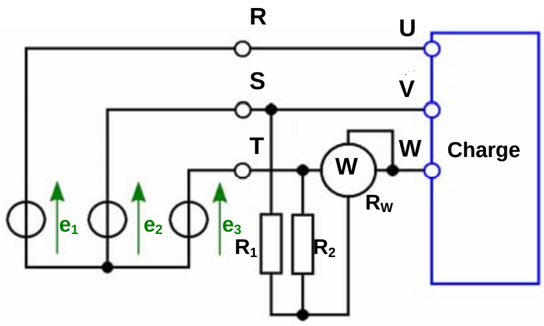

Fig. 7.6.4b

Si P_W est la puissance lue sur le wattmètre, la puissance totale est :

$$P_{tot} = 3 \cdot P_W$$

7.6.2.2. Mesure au moyen de 3 wattmètres

Cette méthode est valable même si le système est dissymétrique. Les figures suivantes a) et b) montrent les montages respectivement lorsque le neutre est accessible et lorsqu'il n'est pas accessible, avec l'hypothèse que les 3 wattmètres ont des caractéristiques identiques (en particulier en ce qui concerne les résistances des 3 circuits de tension).

Mesure avec trois wattmètres et le neutre distribué

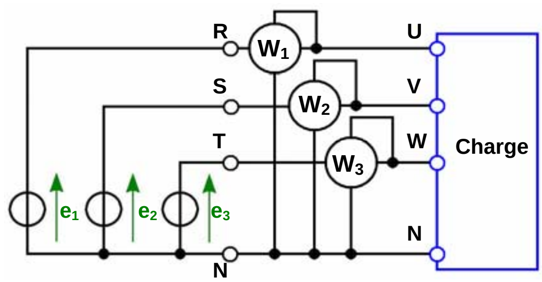

Fig. 7.6-5a

Mesure avec trois wattmètres et le neutre non distribué

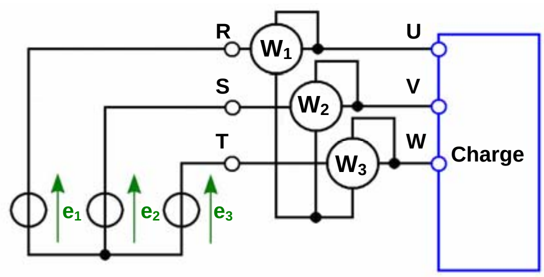

Fig. 7.6.5b

Si les constantes des trois wattmètres sont identiques, c'est-à-dire $c_{WR} = c_{WS} = c_{WT}$, alors on a :

$$P_{tot} = \pm P_R \pm P_S \pm P_T$$

$$P_{tot} = \pm(c_{WR} \cdot \alpha_{WR}) \pm (c_{WS} \cdot \alpha_{WS}) \pm (c_{WT} \cdot \alpha_{WT})$$

$$P_{tot} = c_W (\pm\alpha_{WR} \pm \alpha_{WS} \pm \alpha_{WT})$$

Il s'agit d'une somme algébrique, c'est-à-dire qu'il faut tenir compte du sens de la déviation. En effet, en fonction de la valeur du facteur de puissance, un ou deux des trois wattmètres peuvent indiquer des valeurs négatives, la puissance totale restant toujours positive.

7.6.2.3. Mesure au moyen de 2 wattmètres – (Montage d'Aron)

Cette méthode est valable :

- que le système soit symétrique ou non,
- que le neutre soit accessible ou non.

Le montage est illustré par la figure 7.6-6a ci-dessous.

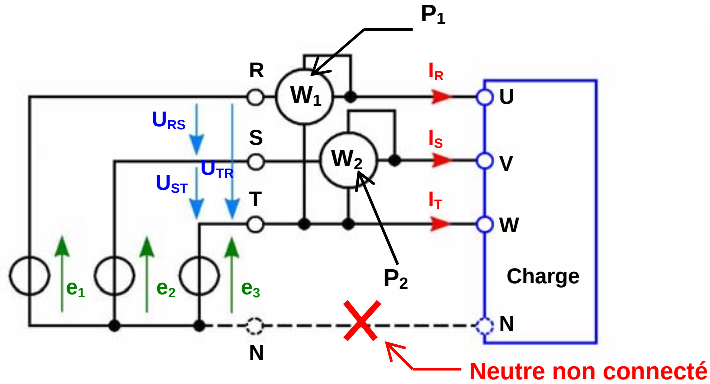

Fig. 7.6-6a

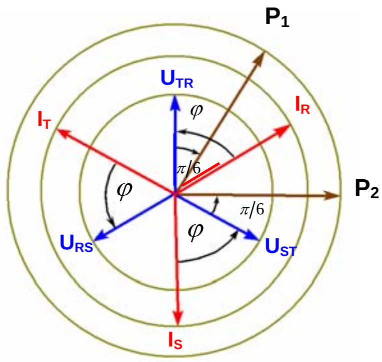

Fig. 7.6.6b

La puissance totale est la somme algébrique des puissances indiquées par chacun des wattmètres :

$$P_{tot} = \pm P_{W1} \pm P_{W2}$$

<u>Condition de validité</u> :

Le neutre du réseau ne doit pas être relié au neutre de la charge.

On sait que la puissance moyenne P est :

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left[u_R(t) \cdot i_R(t) + u_S(t) \cdot i_S(t) + u_T(t) \cdot i_T(t) \right] \cdot dt$$

Si le neutre n'est pas relié, alors :

$$i_R + i_S + i_T = 0 \qquad \text{d'où}$$

$$i_T = -i_R - i_S \qquad \text{soit}$$

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left[u_R \cdot i_R + u_S \cdot i_S - u_T \cdot i_R - u_T \cdot i_S \right] \cdot dt \implies P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left[(u_R - u_T) \cdot i_R + (u_S - u_T) \cdot i_S \right] \cdot dt$$

Soit encore

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left[u_{RT} \cdot i_R + u_{ST} \cdot i_S \right] \cdot dt \implies P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (u_{RT} \cdot i_R) \cdot dt + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (u_{ST} \cdot i_S) \cdot dt$$

Ce qui conduit à l'expression la nouvelle somme des puissances suivante :

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (p_{W1}) \cdot dt + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (p_{W2}) \cdot dt$$

Finalement on obtient l'égalité suivante :

$$P = P_{W1} + P_{W2}$$

Avec :
$$\begin{cases} P_{W1} = U_{RT} \cdot I_R \cdot \cos\left(\varphi - \dfrac{\pi}{6}\right) \\ P_{W2} = U_{ST} \cdot I_S \cdot \cos\left(\varphi + \dfrac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$

- Variation du rapport P1/P2 en fonction du $\cos\varphi$:

$$\frac{P_{W1}}{P_{W2}} = \frac{U_{RT} \cdot I_R \cdot \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right)}{U_{ST} \cdot I_S \cdot \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)}$$

Avec : $\begin{cases} I_R = I_S = I_T \\ U_{RT} = U_{ST} = U_{TR} \end{cases}$

Nous sommes en présence d'un système symétrique

$$\frac{P_{W1}}{P_{W2}} = \frac{\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right)}{\cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)} = \frac{\sqrt{3}\cdot\cos\varphi + \sin\varphi}{\sqrt{3}\cdot\cos\varphi - \sin\varphi} = \frac{\sqrt{3} + tg\varphi}{\sqrt{3} - tg\varphi}$$

$\cos\varphi = 1$ (charge active pure) :	$P_1 / P_2 = 1$	ou	$P_1 = P_2$
$\cos\varphi = 0$ (charge réactive pure) :	$P_1 / P_2 = -1$	ou	$P_1 + P_2 = 0$
$\cos\varphi = +0{,}5$:	$P_2 = 0$		
$\cos\varphi = -0{,}5$:	$P_1 = 0$		
$\cos\varphi < 0{,}5$:	$P_1 > 0$	et	$P_2 < 0$
$\cos\varphi < -0{,}5$:	$P_1 < 0$	et	$P_2 > 0$
$\cos\varphi > \pm 0{,}5$:	$P_1 > 0$	et	$P_2 > 0$

7.6.2.4. Particularités du wattmètre numérique

Le wattmètre numérique ne mesure pas la puissance active de la même manière que le wattmètre analogique. En fait il la calcule à partir des mesures de tension et courant.

Cas monophasé

Pour un signal alternatif, la puissance active correspond à la valeur moyenne de la puissance instantanée. Une valeur moyenne d'un signal périodique de période T se calcule par :

$$P_{moy} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p(t) \cdot dt$$

La puissance instantanée est la multiplication de la tension instantanée par le courant instantané :

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

Donc, un wattmètre numérique mesure la tension et le courant instantanés et, à partir de ces grandeurs, il calcule numériquement la puissance active par la relation :

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T [u(t) \cdot i(t)] \cdot dt$$

Prenons par exemple une tension sinusoïdale de période T et un courant sinusoïdal déphasé par rapport à la tension. Ces deux signaux ont une valeur moyenne nulle. La puissance instantanée résultante de la multiplication de la tension par le courant est un signal de période T/2 et de valeur moyenne non nulle. La valeur moyenne est nulle seulement dans les cas où le déphasage entre la tension et le courant est de $\pm\pi/2$ ou $\pm3\pi/2$ (angles à cosinus nul).

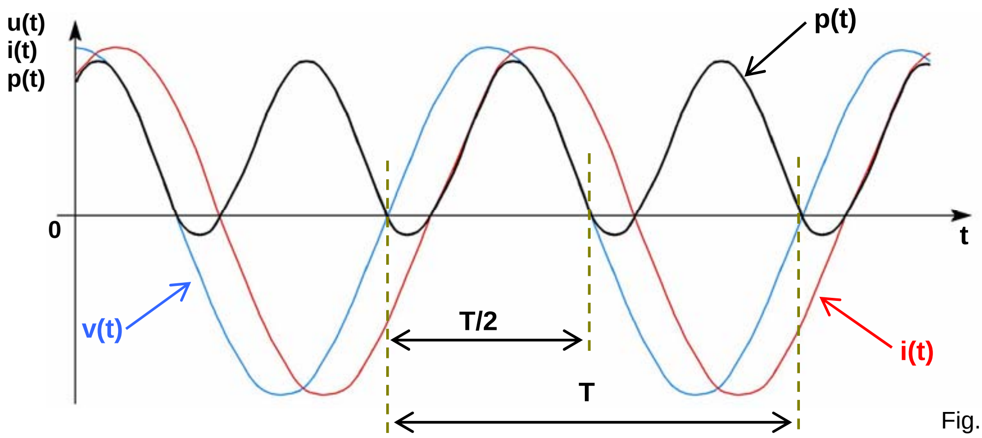

Fig. 7.6-7

Cas triphasé

Pour un système triphasé de phase R, S et T, les puissances actives peuvent s'additionner. Donc, le wattmètre triphasé numérique mesure les trois tensions et trois courants instantanés et calcule numériquement la puissance active par la relation :

$$P = P_R + P_S + P_T$$

Soit

$$P = \frac{1}{T}\cdot\int_0^T [u_R(t)\cdot i_R(t)]\cdot dt + \frac{1}{T}\cdot\int_0^T [u_S(t)\cdot i_S(t)]\cdot dt + \frac{1}{T}\cdot\int_0^T [u_T(t)\cdot i_T(t)]\cdot dt$$

7.7. Mesure de puissance réactive

7.7.1. Définitions

La définition de la puissance réactive est :

$$Q = U\cdot I\cdot\sin\varphi = U\cdot I\cdot\sqrt{1-\cos^2\varphi} = \sqrt{S^2-P^2} \qquad \text{Var}$$

Et en triphasé :

$$Q = \sqrt{3}\cdot U_{ligne}\cdot I_{ligne}\cdot\sin\varphi$$

7.7.2. 1ière méthode de mesure

Pour connaître la valeur de la puissance réactive absorbée (ou fournie) par une installation, il suffit donc, selon l'expression ci-dessus, de mesurer :

- la valeur efficace de la tension aux bornes de l'installation,
- la valeur efficace du courant absorbé (ou fourni) par l'installation,
- la puissance active absorbée (ou fournie) par l'installation.

Le schéma de montage, que l'installation soit monophasée ou triphasée, est donc le même que pour la mesure de la puissance active P.