- d) représentation de $H(p) = \dfrac{k}{p \cdot (1+\tau_1 \cdot p) \cdot (1+\tau_2 \cdot p)}$

La figure suivante donne les courbes de gains réduites aux asymptotes A, BB, CC, et les courbes de phase A', B', C' des trois termes de la fonction de transfert H(p).

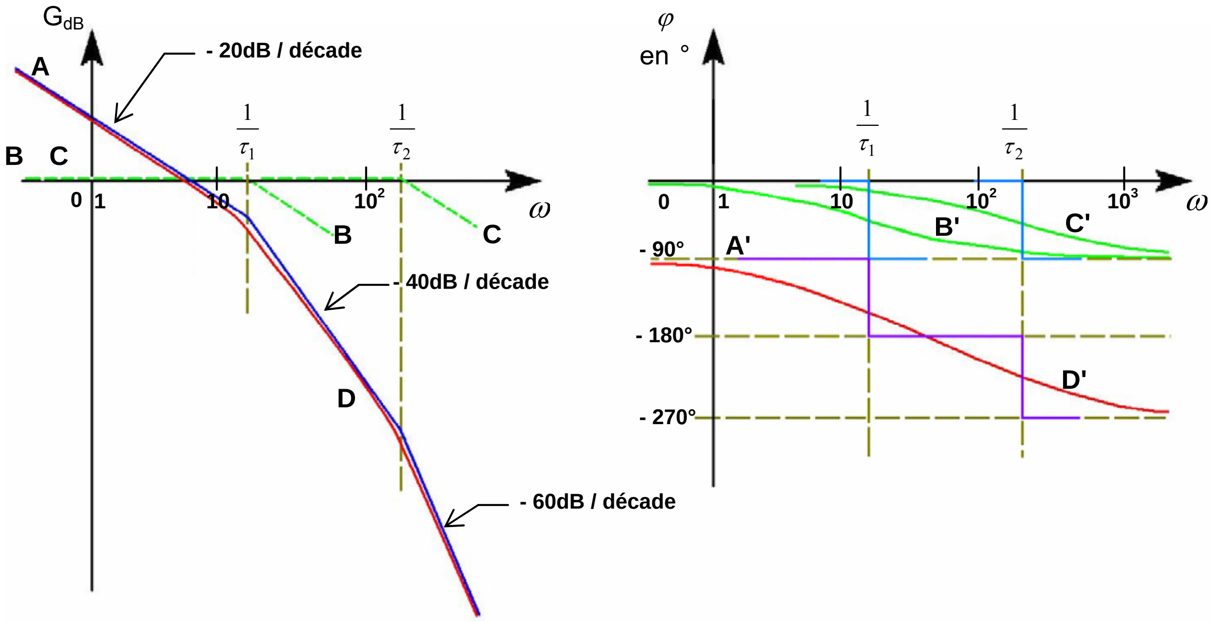

Fig. 5.1-15a

Fig 5.1-15b

Le tracé des courbes de gain D et de phase D' de la transmittance H(p) est obtenu par l'addition des ordonnées de chacun des trois termes.
Les pentes des différentes droites composant l'asymptote D sont - 20, - 40, - 60 dB/décade.

Remarque

Cette méthode de construction s'applique encore à la recherche des courbes représentatives de la transmittance d'un ensemble d'organes disposés en série, lorsque parmi ceux-ci figurent un ou plusieurs organes réels dont on ignore l'expression analytique de la transmittance.
Il suffit, pour ces derniers, de tracer les courbes de gain et de phase, point par point, à partir des résultats expérimentaux obtenus à l'aide d'un appareil de mesure.

5.1.3. Stabilité des systèmes linéaires

5.1.3.1. Définition

Un système asservi est dit stable quand, écarté d'un régime permanent par une perturbation momentanée, il revient à son état d'origine.

Lorsque, dans un système stable, apparaissent des oscillations, celles-ci sont amorties. Il importe d'ailleurs qu'elles le soient suffisamment pour que le système revienne rapidement à un régime permanent.

Néanmoins, lorsqu'un système est stable, le fait de reboucler la sortie sur l'entrée peut le rendre instable. Il est donc intéressant de déduire de la fonction de transfert en boucle ouverte les propriétés de stabilité du système en boucle fermée.

La fonction de transfert du système bouclé H(p) peut se mettre sous la forme :

$$H(p)=\frac{N(p)}{D(p)}$$

Avec

$$D(p)=(p-p_1)(p-p_2)\bullet\bullet\bullet(p-p_k)$$

- Si les p_i sont réels négatifs, le système est stable (système à minimum de phase).
- Si l'un quelconque des p_i est réel positif, le système est instable.
- Si les p_i sont imaginaires avec une partie réelle négative, la solution est sinusoïdale amortie, donc le système est stable.
- Si les p_i sont imaginaires avec une partie réelle nulle, la solution est sinusoïdale, donc le système est instable.
- Si les p_i sont imaginaires avec une partie réelle positive, la solution le système est instable.

Autrement dit, le système bouclé est stable si aucun pôle de H(p) n'est situé dans la partie droite du plan complexe.

5.1.3.2. Critère de stabilité

L'étude de la stabilité des systèmes est délicate et ne peut être traitée ici avec toute la rigueur désirable. De nombreux critères de stabilité ont été proposés (critère de Routh, lieu d'Evans ou lieu des racines, critère de Nyquist, etc.). L'un des plus utilisé, le critère de Nyquist, est basé sur l'examen de la courbe représentant dans le plan complexe la transmittance en boucle ouverte d'un système asservi.

La figure ci-dessous dans laquelle la chaîne d'action d'un système bouclé est ouverte en A A' permet de mettre en évidence les conditions d'instabilité.

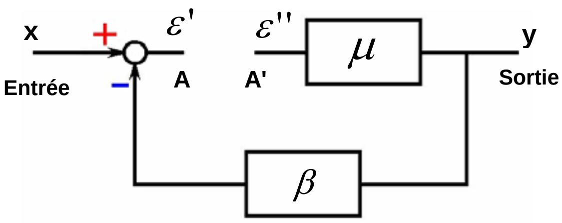

Fig. 5.1-16

Le signal d'entrée x supposé nul, lorsque le système oscille, les deux signaux ε' et ε'' doivent être identiques à chaque instant, d'où :

$$\varepsilon'=\varepsilon''\cdot\mu\cdot\beta(-1)=\varepsilon''$$

d'où

$$\mu\cdot\beta=-1$$

Ce qui conduit à la condition d'instabilité :

$$|\mu\cdot\beta|=1$$

et

$$\arg[\mu\cdot\beta]=-180°$$

La condition d'instabilité précédente se traduit sur le diagramme polaire ci-dessous par le fait que la courbe Γ représentative de la fonction de transfert μβ doit passer par le point P correspondant au module 1 et à la phase – 180

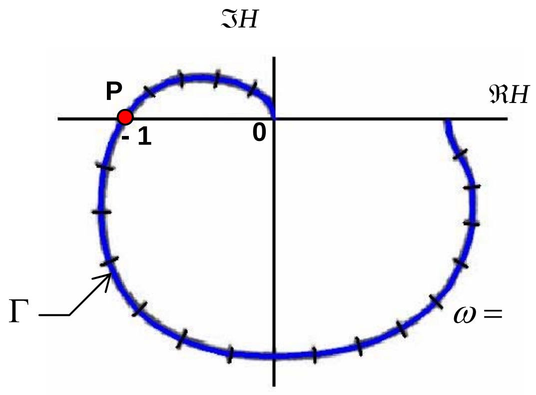

Fig. 5.1-17

5.1.3.3. Marge de gain, marge de phase

Pour obtenir un système stable et suffisamment amorti, on impose de faire passer la courbe Γ assez loin du point P correspondant au module – 1 et à la phase – 180° du diagramme polaire.

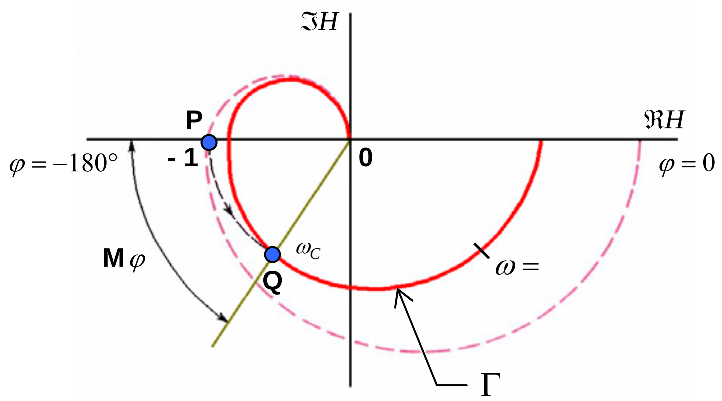

Fig. 5.1-18

On adopte souvent pour l'angle M φ, appelé marge de phase, correspondant au point Q (module 1) une valeur voisine de 45° qui assure un amortissement suffisant du système.

En pratique, on utilise fréquemment la représentation de Bode pour déterminer la marge de phase des systèmes asservis, car celle-ci s'obtient très facilement comme le montre la figure suivante 5.1-21.

Supposons que la transmittance en boucle ouverte s'exprime par l'expression déjà étudiée :

$$H_O \frac{k}{p \cdot (1+\tau_1 \cdot p) \cdot (1+\tau_2 \cdot p)} = \mu \cdot \beta$$

Pour la pulsation $\omega = \omega_C$ la courbe de gain exprimé en dB passe par zéro soit :

$$20 \log |H_O| = 0$$

d'où

$$|H_O| = |\mu \cdot \beta| = 1$$

On relève alors la **marge de phase** M sur la courbe D' par rapport au déphasage de – 180°.
Dans ce cas, on constate que le système représenté est stable et suffisamment amorti $(\Delta\varphi_m \geq 45°)$.

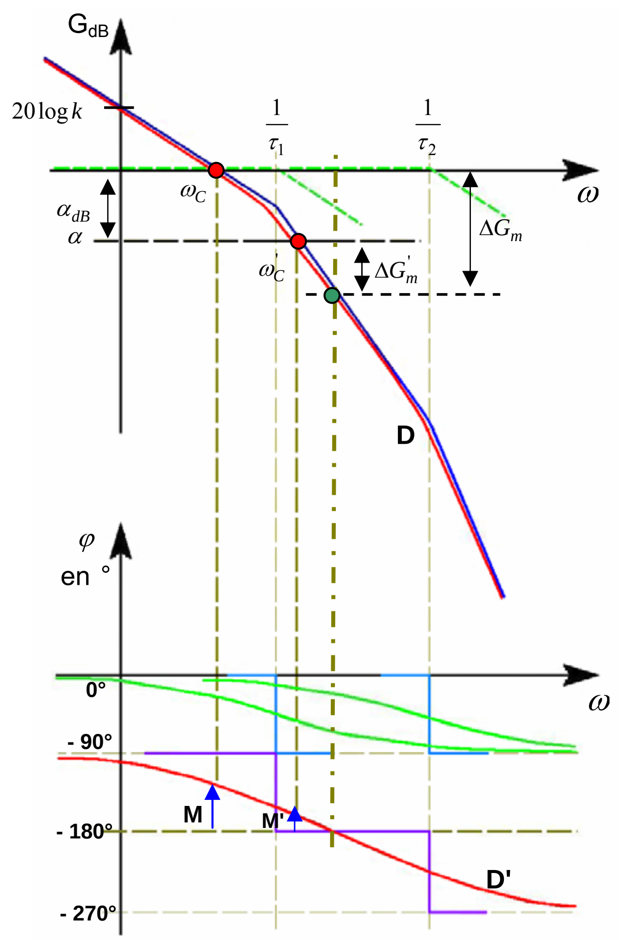

Fig. 5.1-19

Par contre remarque que si l'axe des pulsations ω était situé en α, la pulsation de coupure serait ω'_C et la marge de phase M' visiblement insuffisante en terme de stabilité.

Par contre remarque que si l'axe des pulsations ω était situé en α, la pulsation de coupure serait ω'_C et la marge de phase M' visiblement insuffisante en terme de stabilité.

Ce dernier cas correspond à la nouvelle transmittance :

$$H'_O \frac{k}{p\cdot(1+\tau_1\cdot p)\cdot(1+\tau_2\cdot p)}\cdot k' \quad \text{avec } k' \rangle 1$$

tel que

$$20\log k' = \alpha_{dB}$$

On appelle **marge de gain** ΔG_m la distance de la courbe de gain (courbe D) à l'axe des ω à 0 dB lorsque le déphasage de la fonction de transfert en boucle ouverte vaut – 180° (courbe D').
La recherche d'un bon amortissement conduit donc à prendre k assez petit. L'étude de la précision aboutit à une conclusion opposée.
En pratique, on impose en général une marge de phase $\Delta\varphi_m \geq 45°$, $\Delta G_m \rangle 10dB$
Pour concilier les exigences contradictoires de stabilité et de précision, on emploie des organes correcteurs.