

Il se produit alors une surpression due à l'amas d'air devant la plaque et une dépression à l'arrière due au vide relatif qui existe avec la formation de remous et des tourbillons.
C'est cette différence de pression qui, combinée à la surface opposée au déplacement, constitue la résistance à l'avancement.

3.3.6.2 Expression de la résistance de l'air

La résistance de l'air est proportionnelle à la surface présentée perpendiculairement, au carré de la vitesse de l'écoulement, à la masse volumique de l'air et dépend de la forme du corps considéré. Ceci s'exprime par :

$$R = k \cdot \rho \cdot S \cdot v^2$$

avec	R	résistance de l'air exprimé en Newton
	k	coefficient qui tient compte de la forme du corps et de son état de surface
	ρ	masse volumique de l'air exprimée en kg/m ³ (1,225 kg/m ³ au niveau de la mer).
	v	vitesse exprimée en m/s
	S	surface alaire exprimée en m ² .

3.3.6.3 Influence du vent sur les engins de levage

Cette notion est importante pour le calcul des mécanismes d'entraînement des mouvements horizontaux des engins de taille importante devant évoluer en extérieur en particulier dans les zones très ventées telles que les zones portuaires maritimes. En effet, les engins de par leur structure mécanique de taille importante présentent des surfaces pouvant représenter plusieurs dizaines de m² que l'on peut assimiler à des voiles et intervenant directement dans le dimensionnement en couple et en puissance thermique des moteurs d'entraînement.

En pratique, dans le cadre des applications de levage, nous utiliserons l'expression suivante :

$$F = 1,2 \cdot S \cdot v^2$$

avec	F	force résistance du vent sur l'engin exprimée en Newton
	S	surface équivalente de la structure mécanique face au vent exprimée en m ²
	v	vitesse du vent exprimée en m/s

3.4. Rappels de dynamique

3.4.1. Définition et principes

3.4.1.1. Définition

La dynamique est l'étude des causes qui provoquent les mouvements des corps solides, avec pour hypothèses que le mobile est un point matériel (centre d'inertie) et que toute sa masse est concentrée en ce point.

Son étude est basée sur les trois lois énoncées par Newton, qui sont couplées entre elles : le principe d'inertie, le principe fondamental de la dynamique et le principe de l'action et de la réaction.

3.4.1.2. Le principe d'inertie (1^{ère} loi de Newton)

Ce principe stipule que si dans un repère galiléen, la somme vectorielle des forces s'appliquant sur un corps est nulle, alors ce corps est immobile ou est animé d'un mouvement rectiligne uniforme (vecteur-vitesse constant). Soit encore :

$$\text{si } \Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\gamma} = \vec{0}$$

3.4.1.3. Le principe fondamental de la dynamique (2^{ème} loi de Newton)

La deuxième loi de Newton relie l'accélération d'un corps aux forces auxquelles il est soumis.

Si un solide de masse m et d'accélération $\vec{\gamma}$ est soumis à un ensemble de forces de somme vectorielle $\Sigma \vec{F}$ dont la résultante est non nulle, alors le mobile acquiert une accélération absolue donnée par l'expression mathématique suivante :

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{\gamma}$$

La masse se mesure en kilogrammes (kg) et les force en Newtons (N). Un Newton équivaut à la force nécessaire qu'il faut appliquer à une masse de 1 kg pour lui communiquer une accélération de 1 m/s².

3.4.1.4. Le principe de l'action et de la réaction (3^{ème} loi de Newton)

La troisième loi de Newton énonce qu'un corps exerçant une force sur un autre corps subit en retour une force de même intensité, de même direction mais de sens opposé. Autrement dit, si un solide 1 exerce sur un solide 2 une force $\vec{f}_{1/2}$, le solide 2 exercera sur le solide 1 une force $\vec{f}_{2/1}$, et on aura :

$$\vec{f}_{1/2} + \vec{f}_{2/1} = \vec{0}$$

3.4.2. Energie et puissance

3.4.2.1. Généralités

Le travail d'une force qui effectue un déplacement infiniment petit $d\vec{l}$ s'exprime par le produit scalaire des vecteurs force et déplacement :

$$\vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cdot dl \cdot \cos \alpha$$

avec F la force, dl le déplacement, α l'angle formé par les vecteurs $\vec{F}$ et $d\vec{l}$.

Si α est aigu, le travail est positif (travail moteur) et l'énergie emmagasinée par le corps augmente; si α est obtus, le travail est négatif (travail résistant) et la quantité d'énergie emmagasinée diminue.

Pour un déplacement fini le travail est la somme des travaux de ses composants :

$$T = \int_0^l F \cdot dl \cdot \cos \alpha \quad \text{soit}$$

$$T = F \cdot l \cdot \cos \alpha$$

L'énergie désigne la capacité qu'a un système d'accomplir un travail par le biais d'une force. Elle a donc la dimension d'un travail.

L'unité de travail, comme celle de l'énergie est le joule (1 joule = 1 N . 1 m).

3.4.2.2. Energie cinétique

L'énergie cinétique est l'énergie emmagasinée dans un corps en mouvement. Elle est nulle lorsque la vitesse du corps est nulle.

Pour un point matériel p de masse m animé d'une vitesse de déplacement v , l'énergie cinétique est :

$$W_{cp} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Pour l'ensemble des masses élémentaires constituant un mobile on aura :

$$W_c = \sum \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

a) mouvement de translation

Toutes les masses élémentaires d'un solide de masse M en translation sont animées de la même vitesse. L'énergie cinétique est donc :

$$W_c = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2$$

b) mouvement de rotation

Pour un solide animé d'un mouvement de rotation de vitesse angulaire ω autour d'un axe fixe, la vitesse des différents points de masse m de ce solide dépend de la distance r à l'axe et s'exprime par :

$$v = \omega \cdot r$$

L'énergie cinétique de chacun de ces points matériels est donc :

$$W_{cp} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$$

Pour l'ensemble du solide, nous aurons :

$$W_c = \sum \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$$

Or, du fait de la rigidité du solide tous les points matériels ont la même vitesse de rotation, ce qui conduit à :

$$W_c = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \sum m \cdot r^2 \quad \text{soit encore}$$

$$W_{cp} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

avec $J = \sum m \cdot r^2$ J est le moment d'inertie du solide

3.4.2.3. Energie potentielle de pesanteur

C'est l'énergie due exclusivement à la position d'un corps ou d'un système. Lorsqu'on élève un solide, on transmet de l'énergie au solide sous forme d'énergie potentielle de gravitation. Elle varie avec la masse volumique du corps et la hauteur et s'exprime par la relation :

$$W_p = m \cdot g \cdot h$$

avec	W_p	Energie potentielle de pesanteur en joules (J).
	m	Masse du solide en kilogrammes (kg).
	h	Altitude du solide en mètres (m).

La variation d'énergie potentielle W_p d'un solide entre un état 1 et un état 2 est égale à l'opposé de la somme des travaux des forces appliquées au solide, si ce dernier n'est pas soumis à des frottements.

On peut en conséquence écrire :

$$T_{1 \rightarrow 2} = W_1 - W_2$$

Remarques:

- L'énergie potentielle de pesanteur d'un solide augmente avec l'altitude.
- Par convention $W_p=0$ pour $h = 0$ (normalement au sol), mais il est possible de choisir le niveau de référence pour l'énergie potentielle ($W_p = 0$) à une altitude quelconque.
- La quantité de travail effectué aux dépens de l'énergie potentielle est indépendante de la trajectoire suivie ; elle est seulement fonction des positions initiale et finale du solide.

3.4.2.4. Puissance

C'est le quotient de l'énergie fournie ou absorbée par unité de temps.

L'unité légale de puissance est le watt (W), qui vaut un joule par seconde.

En mécanique, la puissance moyenne d'une machine est égale au travail T , effectué entre deux instants t_1 et t_2 , divisé par l'intervalle de temps considéré, ce qui s'écrit :

$$P = T / (t_1 - t_2) \quad \textcircled{1}$$

Nota :

Une unité traditionnelle de puissance est le cheval-vapeur qui équivaut une puissance voisine de 736 W.

a) puissance dans un mouvement de translation

Nous avons précédemment montré que le travail d'une force constante qui déplace son point d'application d'un mouvement uniforme a pour expression : $T = F \cdot l \cdot \cos \alpha$

Si l'orientation cette force est identique au déplacement ($\alpha = 0$), l'expression précédente devient :

$$T = F \cdot l \quad \textcircled{2}$$

En portant dans la relation de la puissance $\textcircled{1}$ T par son expression $\textcircled{2}$ on obtient :

$$P = F \cdot l / (t_1 - t_2) \quad P = F \cdot l / \Delta t$$

or, $l / \Delta t$ est correspond à la vitesse du mobile d'où finalement

$$P = F \cdot v$$

avec v la vitesse de déplacement en translation du mobile

b) puissance dans un mouvement de rotation

Considérons la figure ci-dessous où la force F constante exerce un couple sur un axe fixe de rotation.

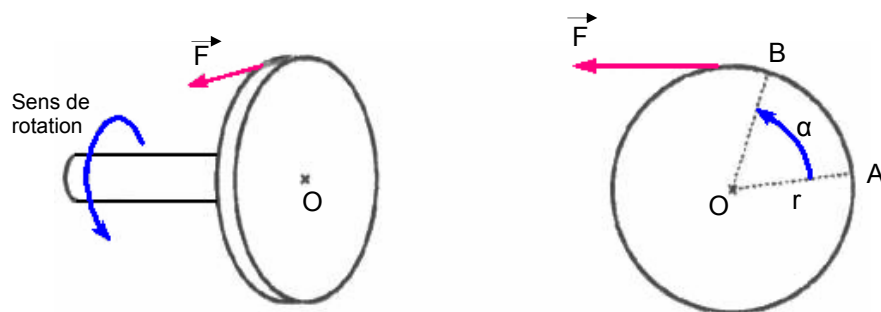


Fig. 3.4.1

Le moment du couple d'entraînement de la force F par rapport à l'axe de rotation O a pour expression :

$$C = F \cdot r$$

Le travail de rotation pour faire tourner le disque de l'angle α , est obtenu par la relation :

$$T = F \cdot AB \quad \text{avec } AB \text{ l'arc de cercle parcouru par } F$$

On en tire la nouvelle expression $T = F \cdot \alpha \cdot r$, soit encore

$$T = C \cdot \alpha$$

En remplaçant dans la relation de la puissance $P = T / (t_1 - t_2)$, T par l'expression calculée précédemment on obtient :

$$P = C \cdot \alpha / (t_1 - t_2) \quad P = C \cdot \alpha / \Delta t \quad \text{soit finalement}$$

$$P = C \cdot \omega$$

avec ω la vitesse angulaire de rotation de l'arbre

3.4.2.5. Rendement d'un mécanisme

D'une façon générale on appelle mécanismes des dispositifs de transformation du mouvement. Dans les exemples précédents, nous avons supposés que toute l'énergie reçue ou absorbée était intégralement transformée en travail. Or, dans la pratique, aucun système de transformation d'énergie ne s'effectue sans pertes. En effet, une partie de l'énergie absorbée est dissipée soit en frottement, soit en pertes calorifiques (les frottements se transforment eux aussi en chaleur).

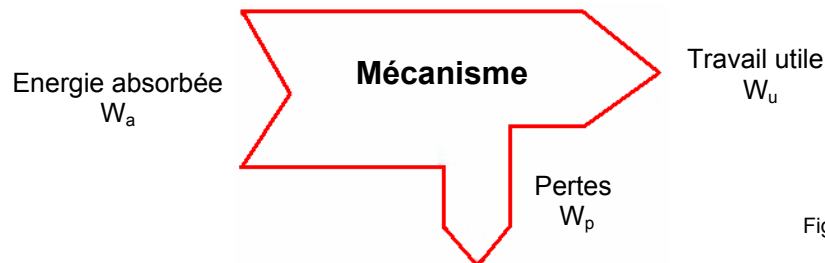


Fig. 3.4.2

La variation d'énergie interne au mécanisme est :

$$\Delta W = \Sigma \text{ pertes}$$

La relation entre l'énergie utile transformée en travail et l'énergie absorbée par le système s'exprime par :

$$W_u = W_a - \Sigma \text{ pertes}$$

Le rendement est le rapport entre la quantité de travail utile effectué par la machine et la quantité d'énergie reçue. Il s'exprime par la relation :

$$\eta = W_u / W_a$$

Le rendement d'un mécanisme, toujours inférieur à 1, est souvent exprimé en pourcentage. Plus le rendement est proche de 1, plus le système est performant et économique.

Remarque :

Toutes les relations précédentes s'expriment fréquemment sous formes de puissance.

Il est intéressant de comparer le rendement de la chaîne énergétique d'un mouvement de levage en marche moteur et en marche de freinage.

a) Marche en moteur

Considérons un moteur électrique d'entraînement d'un mécanisme de levage absorbant en montée une puissance électrique P_e qu'il transforme en puissance mécanique P_m selon la figure ci-dessous :

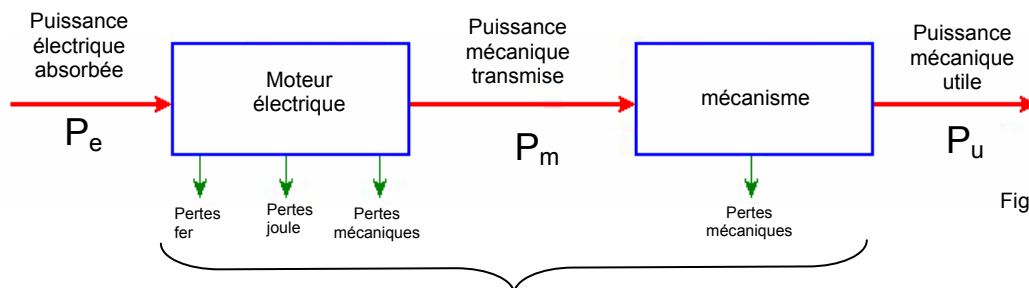


Fig. 3.4.3

$$\Sigma \text{ des pertes} = \Delta P$$

Si on appelle P_u la puissance utile recueillie en sortie du mécanisme pour lever la charge à une certaine vitesse, le rendement global d'un tel système dans ce cas de fonctionnement s'exprime alors par la relation:

$$\eta = P_u / P_e$$

ou encore par

$$\eta = (P_e - \Delta P) / P_e$$

avec $\eta < 1$

b) Marche en freinage

Dans le cas du fonctionnement en mode freinage (descente de la charge précédente par exemple), appelons P_u la puissance motrice d'entraînement de la charge.

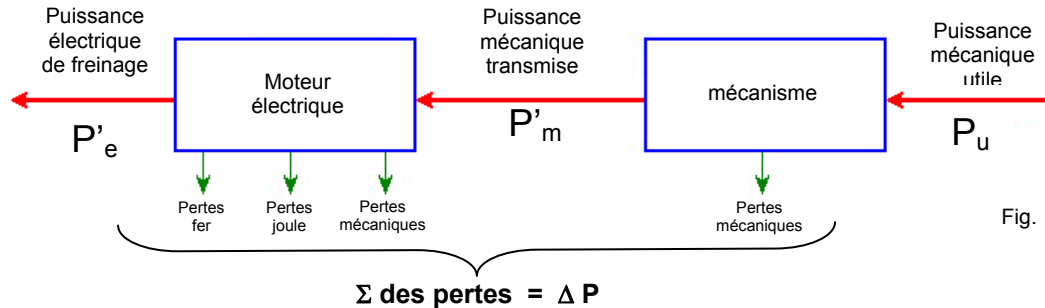


Fig. 3.4.4

Si l'on suppose la machine parfaitement réversible, ce qui est le cas d'une grande majorité des mécanismes de levage, on a alors :

$$\eta = P'_e / P_u$$

ou encore par

$$\eta = (P_u - \Delta P) / P_u \quad \text{avec } \eta < 1$$

La puissance électrique de freinage est alors inférieure à la puissance motrice de la charge.

Remarques

Remarque 1 :

Il faut tenir compte du rendement pour calculer la puissance nécessaire à l'entraînement de la charge. Pour l'inertie des masses en rotation, on ne tient pas compte en pratique du rendement du mécanisme car la partie la plus importante des inerties de la chaîne cinématique est constituée par le rotor du moteur d'entraînement et par le disque du frein de service tous deux situés au niveau de l'arbre rapide c'est à dire avant le réducteur de vitesse.

Remarque 2:

Des deux expressions du rendement que nous avons précédemment déterminées, $\eta = P_u / P_e$ d'une part et $\eta = P_u / P_e$ d'autre part, en les multipliant ensemble on obtient :

$$\eta^2 = (P_u / P_e) \cdot (P'_e / P_u)$$

soit après simplification

$$\eta^2 = (P'_e / P_e)$$

Si l'on suppose les rendements identiques dans les deux sens de fonctionnement, il y a un ratio égal au carré du rendement entre la puissance électrique nécessaire en montée par rapport à celle en descente.

3.4.2.6. Représentation graphique

Il est fréquent de décrire le fonctionnement d'un système de levage dans un repère composé de quatre quadrants. Les axes du repère sont souvent le couple et la vitesse, mais on utilisera également les grandeurs courant tension pour l'étude des actionneurs électriques.

L'établissement des courbes « vitesse-couple » des mouvements des machines permet de prévoir quel sera le comportement des moteurs d'entraînement dans des conditions d'utilisation déterminées. Par convention, le couple est généralement porté en abscisse, et la vitesse en ordonnée.

L'exemple ci-dessous illustre le fonctionnement d'un mouvement vertical de levage.

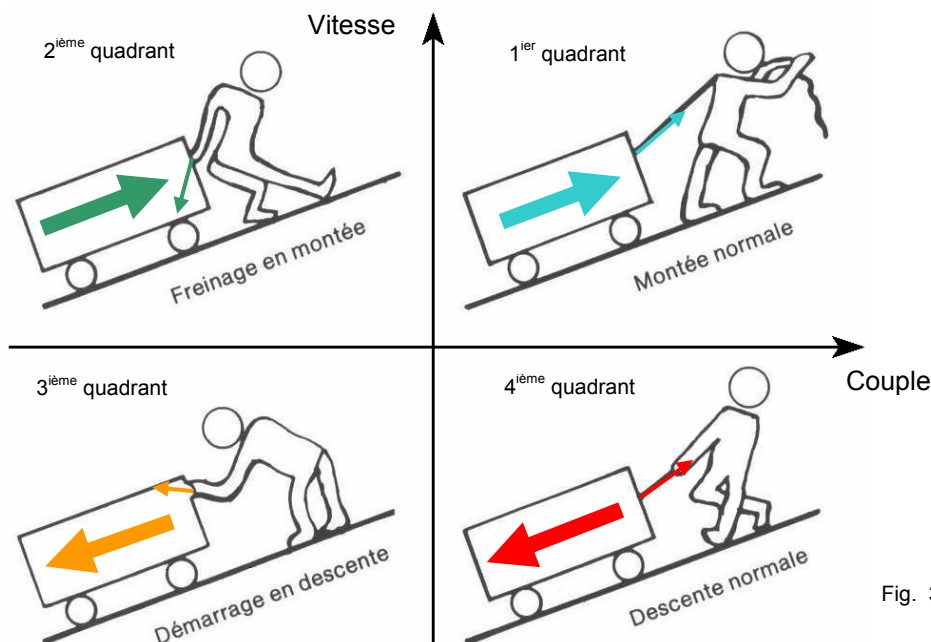


Fig. 3.4.5

a) Fonctionnement

Quadrant 1 (moteur montée) :

Dans ce cas, le moteur fournit un couple qui entraîne la charge vers le haut. La vitesse augmente progressivement jusqu'à sa valeur de régime. Dans un tel fonctionnement, la vitesse et le couple sont considérés comme positifs.

Quadrant 2 (freinage montée) :

Il correspond au ralentissement de la charge dans le sens montée. Le couple moteur devient négatif, et contribue à réduire l'énergie cinétique des masses en mouvement. Cette énergie est dissipée soit par effet joule dans des résistances soit restituée au réseau d'alimentation.

Quadrant 3 (moteur descente) :

Le fonctionnement est équivalent au quadrant 1, mais le sens de rotation est inversé. Le moteur fournit un couple pour accélérer le mouvement de descente de la charge. Le couple et la vitesse sont négatifs.

Quadrant 4 (freinage descente) :

Le fonctionnement est équivalent au quadrant 2, mais le sens de rotation est inversé.

b) Conclusion

Quadrants 1 et 3 :

La marche est dite « en moteur » $\Rightarrow$ (la machine fournit une puissance mécanique).

Quadrants 2 et 4 :

La marche est dite « en freinage » $\Rightarrow$ (la machine absorbe une puissance mécanique).

Remarque :

Pour un mouvement horizontal, il suffit de définir comme positifs un sens de déplacement choisi arbitrairement (par exemples : droite ou avant) et le sens du couple correspondant. Les conclusions sont identiques.

3.4.3. Rotation d'un mobile autour d'un axe fixe

3.4.3.1. Définitions

- 1) Le moment d'inertie d'un point matériel de masse m par rapport à un axe de rotation est égal au produit de sa masse par le carré de sa distance à l'axe :

$$J = m \cdot r^2 \quad \text{avec } r \text{ la distance de la masse } m \text{ à l'axe } x \text{ } x'$$

- 2) Le moment d'inertie d'un solide indéformable de masse M par rapport à un axe de rotation s'obtient généralement au moyen du calcul intégral, qui permet de déterminer la somme des moments d'inertie des particules élémentaires de matière qui composent ce corps est défini par la relation :

$$J = \int_V r^2 \cdot dm \quad \text{avec } r \text{ la distance de l'élément } dm \text{ de la masse } M \text{ à l'axe } x \text{ } x'$$

L'unité de mesure du moment d'inertie s'exprime en mètres carrés kilogramme ($m^2 \cdot kg$).

- 3) Lorsqu'on calcule le moment d'inertie d'un corps, on suppose d'ordinaire que l'axe de rotation passe par son centre de gravité et on écrit souvent :

$$J = (M \cdot D^2) / 4 \quad M \cdot D^2 \text{ est appelé moment de giration}$$

Cette notion revient à supposer que la totalité de la masse M est située à une distance $D/2$ de l'axe de rotation.

Nota :

Dans les ouvrages anciens, l'inertie est définie par l'expression $P \cdot D^2$ où P représente le poids de la masse M exprimé en kilogramme poids (ou force) dans le système d'unités M.Kp.S. Or, $P = M \cdot g$, ce qui nous conduit à l'expression équivalente :

$$J = (P \cdot D^2) / 4g$$

3.4.3.2. Calcul de quelques moments d'inertie

a) Cylindre plein

Considérons le cylindre représenté par la figure ci-dessous de diamètre D , de longueur L et de masse volumique ρ .

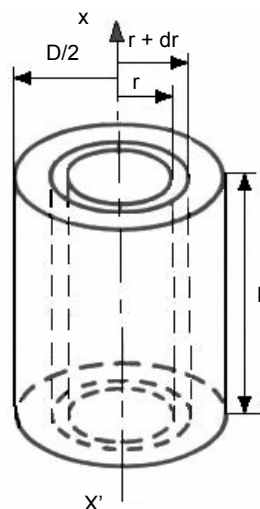


Fig. 3.4.6

La masse de ce cylindre est obtenue par la relation :

$$M = (\pi \cdot D^2 / 4) \cdot L \cdot \rho \quad \text{①}$$

Pour calculer le moment d'inertie de ce cylindre par rapport à l'axe $x x'$ passant par le centre de gravité, on le décompose en couronnes cylindriques.

La couronne comprise entre les rayons r et $r + dr$:

- a une masse égale à $2\pi.r.dr.L.\rho$ et,
- un moment d'inertie $2\pi.r.dr.L.\rho.r^2 \Rightarrow 2\pi.L.\rho.r^3.dr$

D'où le moment d'inertie totale du cylindre :

$$J = \int_0^{D/2} 2\pi L \rho r^3 dr \Rightarrow J = 2\pi.L.\rho.D^4 / 64 \quad \textcircled{2}$$

En portant dans la relation $\textcircled{2}$ l'expression $\textcircled{1}$ de M , on obtient finalement après simplification :

$$J = M.D^2 / 8$$

b) Cylindre annulaire

Considérons le cylindre annulaire représenté par la figure ci-dessous.

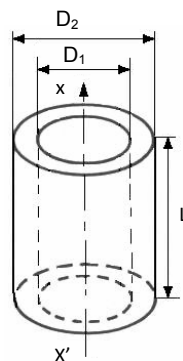


Fig. 3.4.7

De la même façon, pour un cylindre annulaire de masse M , de diamètre intérieur D_1 , de diamètre extérieur D_2 et de longueur L , on obtient le moment d'inertie de ce cylindre par rapport à son axe de rotation $x.x'$:

$$J = M.(D_2^2 - D_1^2) / 8$$

Nota :

Dans le cas d'un cylindre annulaire d'épaisseur très mince ($D_1 \cong D_2 = D$), l'expression ci-dessus devient :

$$J = M.D^2 / 4$$

c) Parallélépipède rectangle

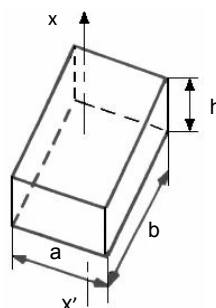


Fig. 3.4.8

Considérons le parallélépipède rectangle de masse M , de largeur a , de longueur b et de hauteur h représenté par la figure 3.4.8 ci-dessus, tournant autour d'un axe de rotation $x x'$ passant par son centre de gravité et perpendiculaire au plan formé par les arêtes de dimensions a et b .

Le moment d'inertie de ce solide a pour expression :

$$J = M.(a^2 + b^2) / 12$$

3.4.3.3. Equivalence d'une masse en translation à un moment d'inertie

Dans la plupart des mouvements horizontaux et verticaux des engins levage, il y a une combinaison d'un mouvement de rotation et d'un mouvement de translation de la masse considérée.

On est alors amené à calculer le moment d'inertie J équivalent d'un mobile de masse M animé d'une vitesse de déplacement v pour le ramener au niveau de l'arbre du moteur d'entraînement à une vitesse de rotation ω et ainsi obtenir le moment d'inertie totale de la chaîne cinématique.

Pour cela, on utilise le principe qu'il y a une conservation de l'énergie cinétique entre les deux expressions soit :

$$\frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

De cette égalité, on tire l'expression du moment d'inertie équivalent :

$$J = \frac{M \cdot v^2}{\omega^2}$$

avec M en kg
 v en m/s
 ω en rd/s

Nota :

Si on exprime la vitesse du moteur en tours par minute N , puisque $\omega = 2\pi \cdot N / 60$, l'expression approchée du moment d'inertie J devient :

$$J = 91,19 \cdot M \cdot v^2 / N^2$$

3.4.3.4. Effets des réducteurs de vitesse

Dans les mécanismes de levage, on trouve des engrenages (réducteurs de vitesse) qui adaptent la vitesse du moteur à celle du mobile entraîné. Ces engrenages affectent l'inertie des masses couplées en rotation.

Il est indispensable de ramener toutes les grandeurs mécaniques à une même ligne d'arbre, habituellement celle du moteur d'entraînement.

➤ Transformation des couples et inerties

Considérons la figure 3.4.9 ci-dessous où un moteur de moment d'inertie J_1 et de vitesse angulaire ω_1 entraîne une charge de moment d'inertie J_2 à la vitesse ω_2 à travers un réducteur de vitesse. La charge oppose au mouvement de rotation un couple résistant C_2 .

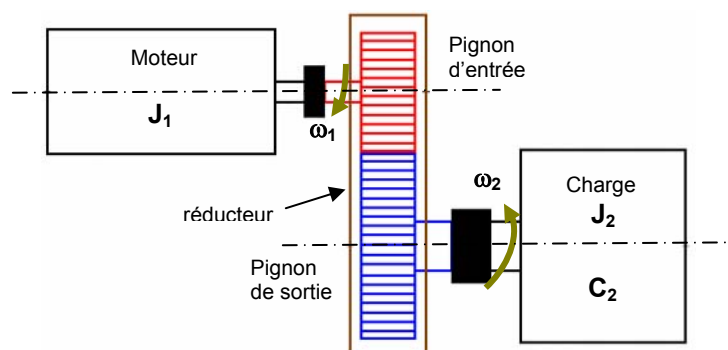


Fig. 3.4.9

Si ω_2 et ω_1 sont respectivement les vitesses de sortie et d'entrée du réducteur, le rapport de réduction s'exprime par la relation suivante :

$$n = \omega_2 / \omega_1$$

Ce rapport de réduction peut également s'exprimer par le ratio du nombre de dents de la roue menante par celui de la roue dentée de l'arbre mené.

- Couples

Si, on appelle C'_2 le couple de la charge ramené à l'arbre moteur, la conservation de puissance donne :

$$C'_2 \cdot \omega_1 = C_2 \cdot \omega_2 \quad \text{soit} \quad C'_2 = C_2 \cdot \omega_2 / \omega_1$$

D'où l'expression finale du couple à développer :

$$C'_2 = C_2 \cdot n \quad \text{avec } n, \text{ le rapport de réduction du réducteur}$$

- Moments d'inertie

Si, on appelle J'_2 le moment d'inertie de la charge ramené à l'arbre moteur, le principe de la conservation de l'énergie cinétique permet d'écrire l'égalité suivante :

$$1/2 \cdot J'_2 \cdot \omega_1^2 = 1/2 \cdot J_2 \cdot \omega_2^2 \quad \text{soit} \quad J'_2 = J_2 \cdot (\omega_2 / \omega_1)^2 \quad \text{ou encore :}$$

$$J'_2 = J_2 \cdot n^2$$

L'inertie totale est la somme des inerties ramenées à l'arbre moteur d'où l'expression finale :

$$J = J_1 + J_2 \cdot n^2$$

Remarques :

Au cours d'un calcul réel, il ne faudra pas oublier de tenir compte de l'ensemble des inerties des éléments composants la chaîne cinématique étudiée. En particulier, les moments d'inertie des différentes roues d'engrenage du réducteur, les accouplements de liaison ainsi que les disques de frein pourront avoir des valeurs non négligeables par rapport à celles de la charge et du moteur d'entraînement.

3.4.4. Balancement d'une charge (mouvements horizontaux)

Toute variation de la vitesse horizontale de déplacement d'une charge suspendue a pour conséquence de générer un balancement. Celui-ci constitue toujours une gêne pour la conduite, puisque la stabilisation de la charge peut entraîner une perte de temps.

La figure 3.4.10 ci-dessous illustre ce phénomène.

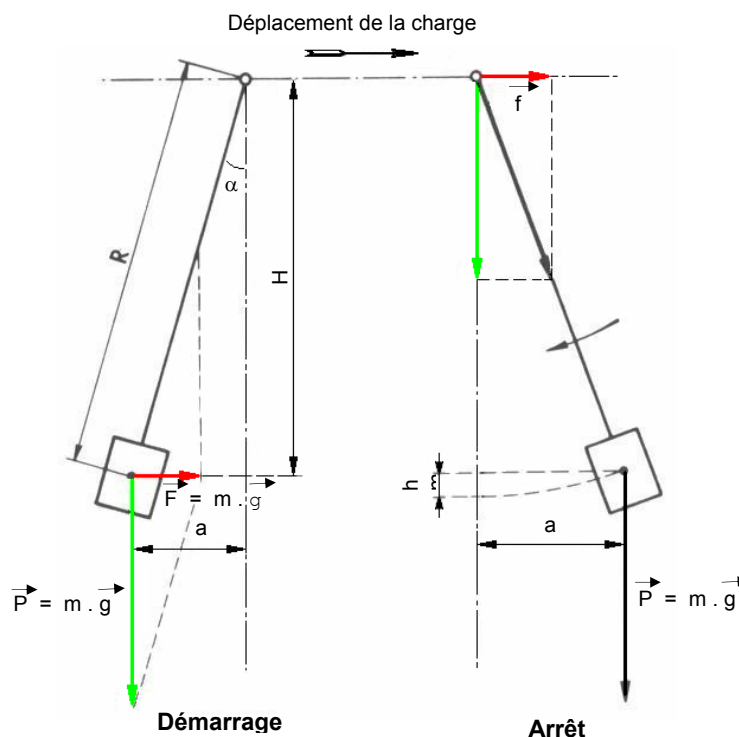


Fig. 3.4.10

Pendant la phase de démarrage, nous constatons sur la figure précédente que le mouvement de la charge est retardé par rapport à celui de l'engin et le câble prend une inclinaison d'angle α , déterminant la création d'une force horizontale $\vec{F}$ appliquée au centre de gravité de la charge.

Sa valeur dépend de la masse de la charge et de son accélération :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} \quad \text{et} \quad \vec{P} = m \cdot \vec{g} \quad \text{on obtient les relations :}$$

$$\text{tg } \alpha = F / P = \gamma / g \quad \text{et} \quad \text{tg } \alpha = a / H \quad \text{d'où finalement}$$

$$a = H \cdot \gamma / g$$

On constate que l'amplitude a de l'oscillation est indépendante de la masse suspendue; elle ne dépend seulement que de la longueur du câble de suspension peu différente de H et de l'accélération γ appliquée à la charge.

Si on suppose, que le point d'attache est soumis à une accélération constante Γ , avec à l'instant initial $a = 0$ et $\gamma = 0$, on peut montrer que pendant le démarrage γ varie entre les valeurs 0 et 2Γ avec une période :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{avec } L \text{ la longueur du câble}$$

Si γ , et par conséquent a , ne sont pas nuls quand le point d'attache atteint sa vitesse de régime, l'amplitude du balancement s'amortit progressivement au cours d'une série d'oscillations.

Le ralentissement a une action inverse et le câble prend une inclinaison dirigée dans le sens du mouvement. L'énergie cinétique emmagasinée par la charge est restituée en travaux qui sont :

- son élévation d'une hauteur h correspondant à la flèche de l'arc décrit
- une force f , composante horizontale de la tension du câble de suspension

A l'arrêt, le système oscille comme un pendule et l'amortissement de ces oscillations peut être long.

Les procédés de démarrage classiques des moteurs à bagues provoquent des pointes de couple au moment du court-circuitage des sections de résistances rotoriques, si bien que l'accélération Γ n'est plus du tout constante. En pratique l'effet de balancement se trouve renforcé.

L'emploi d'un système de régulation permet la commande précise de la vitesse à chaque instant. Il est alors possible d'imposer une rampe de vitesse au démarrage et à l'arrêt et d'obtenir ainsi une accélération Γ uniforme.

C'est au moment de l'arrêt que le balancement est le plus gênant. En effet, il n'est pas admissible, en général, de poser la charge tant que celle-ci est en mouvement (sécurité).

En commande manuelle, la manœuvre correcte s'effectue ainsi : le point d'attache étant arrêté, la charge oscille. Quand son élongation est maximale, sa vitesse est nulle, il suffit alors, par une brève impulsion, d'amener le point d'attache à la verticale de la charge annulant ainsi l'amplitude α et la force $\vec{F}$.

C'est en pratiquant de cette manière que les conducteurs des engins arrivent, lorsqu'ils sont habiles, à «casser le ballant» en anticipant l'instant de freinage puis en contrôlant la décélération de vitesse tout en maintenant la charge en équilibre verticalement au-dessus du point de pose désiré (cible).

Il est très fréquent aujourd'hui d'assister les conducteurs des engins par différents systèmes mécaniques, hydrauliques ou électroniques plus ou moins sophistiqués qui permettent de combattre automatiquement le balancement naturel des charges.

En commande automatique, le réglage du temps de mise en vitesse ou de ralentissement permet de maîtriser le phénomène. En effet, nous savons que l'accélération Γ au niveau de la charge oscille entre les valeurs de 0 à 2Γ . Si on connaît la longueur L du câble, il est possible d'arriver à la vitesse nulle au moment où $\gamma = 0$, c'est-à-dire où l'élongation α est également nulle. Dans ces conditions, la charge s'immobilise sans retard.

Ce principe trouve une application intéressante pour les opérations où la longueur L est constante. C'est le cas par exemple des portiques de déchargement à benne pour lesquels un cycle automatique amène la benne au-dessus d'une trémie. L'ouverture peut alors s'effectuer en l'absence de tout balancement.